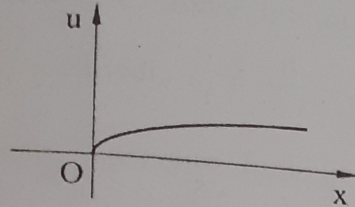


Kako je $a=4$, $\varphi(x) = 0$ i $\psi(x) = x$, to zamjenom u Dalamberovu formulu dobijamo da je $u = xt$.

b) Treperenje poluograničene žice

Razmotrimo zadatak treperenja poluograničene žice (sl 2). Zadatak se svodi na nalaženje



sl 2

rješenja jedničine

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (0 < x < +\infty, t > 0), \tag{7}$$

koje zadovoljava granični uslov

$$u|_{x=0} = 0, \tag{8}$$

i početne uslove

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi(x). \tag{9}$$

Ovaj zadatak nazivamo mješovitim zadatakom, jer se od rješenja traži da zadovoljava početne i granične uslove. Zadatak ćemo označiti kratko sa Mz (7) -(8), (9).

Riješimo pomoćni zadatak za neograničenu žicu, pri čemu ćemo funkcije φ i ψ na negativnom dijelu ose Ox produžiti neparnim funkcijama, tj. za $x < 0$:

$$\varphi(-x) = -\varphi(x) \quad \text{i} \quad \psi(-x) = -\psi(x). \quad \text{Neka je} \quad \varphi_p(x) = \begin{cases} \varphi(x), & x > 0 \\ -\varphi(-x), & x < 0 \end{cases} \quad \text{i}$$

$$\psi_p(x) = \begin{cases} \psi(x), & x > 0 \\ -\psi(-x), & x < 0 \end{cases}. \quad \text{Saglasno dalamberovoj formuli imamo da je funkcija}$$

$$u(x,t) = \frac{\varphi_p(x+at) + \varphi_p(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi_p(z) dz$$

rješenje Mz (7) -(8), (9).